

# Formes d'un jet liquide sortant d'un tube horizontal

Marc RABAUD et Olivier TRAMIS

Laboratoire FAST, UPMC Univ Paris 6, Univ Paris-Sud, CNRS,  
Bât 502, Campus Universitaire, 91405 Orsay, France.

## Résumé :

*Un jet liquide sortant d'un tube horizontal suit généralement une trajectoire parabolique avec une section à peu près circulaire. Cette forme est par exemple celle qu'on observe avec une faible courbure de la trajectoire pour un jet d'eau à fort débit, ou avec une forte courbure pour un jet d'huile visqueuse à faible débit. Il existe toutefois un régime intermédiaire, où le jet principal est accompagné d'une nappe liquide située sous le jet principal. Nous décrivons ici l'existence et la forme d'une telle nappe liquide en fonction des nombres de Reynolds et de Weber.*

## Abstract :

*A liquid jet that springs out a horizontal tube usually follows a parabolic trajectory with a nearly circular section. This shape is observed with a small curvature for a water jet at large flow rate or with a strong curvature for viscous oil jet at a small flow rate. However, in an intermediate regime that depends on the Reynolds and Weber numbers, a liquid curtain can be observed below the main jet. We describe here the existence and the shape of this liquid curtain.*

## Mots clefs : jet, écoulement visqueux, surface libre

## 1 Introduction

Il existe de nombreuses occasions d'observer des jets liquides, par exemple dans les fontaines de nos places publiques. Pourtant il est assez rare d'observer sous le jet principal une nappe liquide d'extension significative comme on peut le voir sur la figure 1. Pourquoi ? Dans cet article nous nous intéressons aux conditions d'existence de telles nappes liquides.

Décrivons brièvement un tel phénomène. Sur la figure 1 le liquide sortant du tube forme, sous le jet principal et dans un plan vertical, une nappe mince d'épaisseur  $e$  à peu près constante et limitée de part et d'autre par un bourrelet de fluide de section sensiblement circulaire. Le bourrelet du haut est nettement plus gros que le bourrelet du bas mais tous les deux suivent approximativement une parabole.

De telles nappes fluides ont été étudiées récemment lors de la collision oblique de deux jets laminaires par Bush et Hasha [1] et par Bremond et Villiermaux [2] qui ont en particulier étudié l'atomisation de la nappe. Roche *et al.* [3] ont étudié quant à eux la stabilité d'un rideau fluide vertical lorsqu'il est percé localement. A notre connaissance le cas présenté en figure 1 n'a pas été encore décrit dans la littérature.

Les mesures montrées dans cet article ont été principalement réalisées sur le montage de Travaux Pratiques « Ecoulement laminaire » de l'UPMC situé au laboratoire FAST (Plint & Partners LTD, Deltalab). Le tube a une longueur de 6 mètres et un rayon de 9,5 mm, le liquide est une huile minérale de viscosité  $\eta = 43 \cdot 10^{-3}$  Pa.s, masse volumique  $\rho = 862 \text{ kg/m}^3$  et tension de surface  $\gamma = 35 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$  (huile Total Azolla ZS22). Des expériences complémentaires ont toutefois été réalisées avec d'autres tubes et d'autres liquides.

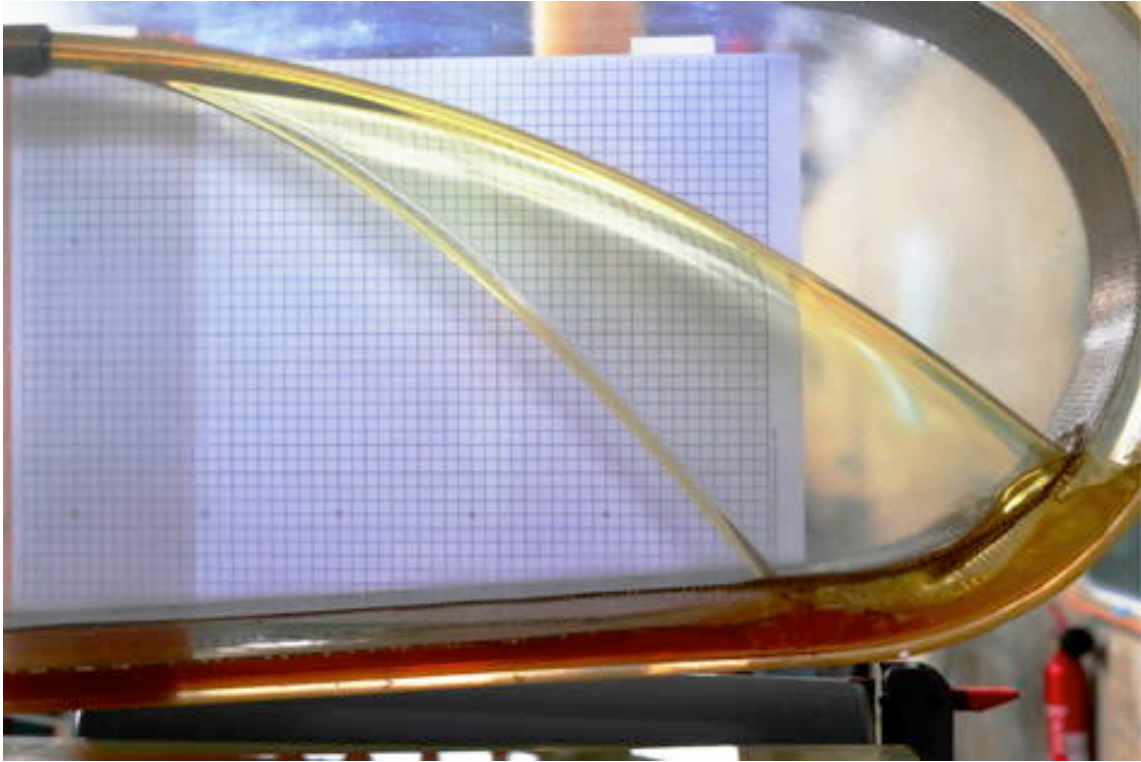


FIG. 1 – Nappe liquide observée avec un jet d'huile à la sortie d'un long tube circulaire de rayon  $R = 9,5$  mm ( $Re = 690$ ,  $We = 1180$  et  $Fr = 3,8$ ).

## 2 Analyse dimensionnelle du problème

Nous considérerons le cas d'un tube circulaire horizontal duquel sort un liquide dans l'air ambiant supposé au repos. Si l'on néglige l'effet de l'air, on peut trouver 6 paramètres qui vont affecter la forme du jet : 3 caractérisant le liquide ( $\rho$  sa masse volumique,  $\eta$  sa viscosité dynamique et  $\gamma$  la tension interfaciale) et 3 autres caractérisant le montage expérimental ( $R$  le rayon du tube,  $g$  l'accélération de la gravité et  $\bar{U}$  la vitesse débitante dans le tube). L'analyse dimensionnelle montre qu'il existe alors 3 nombres sans dimension indépendants qui gouvernent la forme du jet. Ces 3 nombres peuvent par exemple être les nombres de Reynolds, Weber et Froude ( $Re$ ,  $We$ ,  $Fr$ ) définis par les relations suivantes :

$$Re = \frac{\rho \bar{U} R}{\eta} \quad (1)$$

$$We = \frac{\rho \bar{U}^2 R}{\gamma} \quad (2)$$

$$Fr = \frac{\bar{U}}{\sqrt{gR}}. \quad (3)$$

Notons que nous aurions pu choisir de façon équivalente d'autres triplets de nombres sans dimension, par exemple le nombre capillaire  $Ca = We/Re$ , le nombre de Ohnesorge  $Oh = Re^2/We$ , et le nombre de Bond  $Bo = \sqrt{We}/Fr$ .

La gamme des nombres sans dimensions explorée ici est :  $0.1 < Re < 10^4$ ,  $0.05 < We < 4000$  et  $0.1 < Fr < 5$ . Lorsque le débit est important nous n'avons pas noté d'effet des conditions de mouillage sur l'extrémité du tube (voir figure 1), sans doute à cause de l'angle droit qui existe à l'extrémité du tube contrairement à

l'étude de Duez *et al.* [4]. Notons qu'à bas Froude l'air pénètre dans l'embouchure du tube, c'est-à-dire que le bourrelet du haut pénètre en partie dans le tube.

### 3 Conditions d'observation

Dans un jet d'eau, lorsque le débit volumique  $Q$  est important l'écoulement est généralement turbulent, c'est-à-dire que le profil de vitesse dans le tube est de type « bouchon » avec une vitesse locale moyenne proche de la vitesse débitante  $\bar{U} = Q/S$ , où  $S = \pi R^2$  est la section du tube. Toutes les particules fluides ayant à peu près la même vitesse, elles ont, une fois sorties du tube, à peu près la même trajectoire parabolique. Le jet reste alors de section circulaire, avec éventuellement une légère rugosité de surface conséquence de sa turbulence interne ou des instabilités de cisaillement causées par l'interaction avec l'air ambiant qui peuvent également conduire à l'atomisation du jet. Dans de telles conditions, on n'observe pas de rideau fluide sous le jet.

Pour pouvoir observer une nappe il faut des zones lentes dans l'écoulement et donc un écoulement laminaire dans le tube. Le profil de vitesse est alors parabolique (profil de Haagen-Poiseuille) :

$$u(r) = 2\bar{U} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]. \quad (4)$$

Ce profil sera observé dans le tube si d'une part le nombre de Reynolds n'est pas trop élevé (typiquement inférieur à  $10^4$ ) et d'autre part si le tube est plus long que la longueur d'établissement du profil classiquement appelée longueur d'entrée  $L_e$  ( $L_e/R \approx 0,06 \text{Re}$ ) [5].

Si l'on suppose dans un premier temps que les effets de la tension de surface et de la viscosité après la sortie du tube sont négligeables, les particules fluides n'interagiront pas entre elles et l'on devrait observer alors toute la gamme des trajectoires paraboliques : depuis la chute verticale pour les particules fluides les plus lentes situées près de la paroi, jusqu'aux particules les plus rapides de vitesse  $2\bar{U}$  situées sur l'axe du tube. Ces particules rapides auront pour trajectoire :

$$z = \frac{g}{8\bar{U}^2} x^2, \quad (5)$$

en notant  $Ox$  l'axe horizontal,  $Oz$  l'axe vertical dirigé vers le bas et  $(x,z) = (0,0)$  le point à la sortie du tube et au centre du tube. De plus, si ces hypothèses s'appliquaient vraiment et compte tenu de la répartition de la vitesse en fonction du rayon (Eq. 4), on devrait observer dans tout plan horizontal une nappe d'épaisseur  $e(x)$  décroissant continument avec  $x$ . Il n'en est rien expérimentalement puisque dans un plan horizontal on observe deux bourrelets de sections pratiquement circulaires connectés par un film d'épaisseur  $e$  approximativement constante. En conclusion on ne peut donc négliger ni l'effet de la tension de surface qui va tendre à rassembler la nappe sur elle-même et donc participer à la formation des deux bourrelets haut et bas, ni l'effet de la viscosité qui en diffusant la quantité de mouvement va lisser le profil de vitesse.

#### 3.1 Effet de la tension de surface

La tension de surface tend à minimiser l'interface liquide/gaz entre le jet liquide et l'air. Dans le cas de l'éclatement d'une membrane de savon, Taylor [6] et Culick [7] ont montré qu'il existait une vitesse

caractéristique de rétraction du film :  $V_{TC} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho e}}$ . Cette vitesse de rétraction est constante en régime

permanent si l'épaisseur locale du film liquide,  $e$ , est constante. Roche et al. [3] ont montré que cette vitesse était bien pertinente dans la vitesse de rétraction latérale d'un rideau liquide vertical.

Le calcul de cette vitesse pour l'huile utilisée ici et pour une épaisseur du film estimée à  $e = 1$  mm donne une vitesse  $V_{TC} = 30$  cm/s., ce qui semble toutefois trop faible pour expliquer la composante horizontale de la vitesse du bourrelet du bas (estimée à 1,5 m/s pour la figure 1). Il faut sans doute invoquer à la fois un effet de la viscosité et de la tension de surface pour expliquer cette grande vitesse de rétraction. De plus il serait bon de mesurer in situ l'épaisseur de la nappe  $e(x,z)$  pour affiner l'estimation de  $V_{TC}$ .

### 3.2 Visualisation des lignes de courant

Dans le superbe et très inspirant film « Turbulence » réalisé par R.W. Stewart pour la NCFMF (visible en ligne à l'adresse <http://modular.mit.edu:8080/ramgen/ifluids/Turbulence.rm>) on peut observer un jet liquide sortant d'un tube horizontal et présentant dans le cas d'un fluide suffisamment visqueux ce phénomène de nappe. Par injection de colorant dans le tube soit près de la paroi, soit près de l'axe du tube, il est clairement démontré que le fluide lent se retrouve majoritairement dans le bourrelet du bas alors que le fluide le plus rapide constitue le bourrelet du haut. Nos visualisations confirment clairement ce résultat et permettent de plus d'observer un autre phénomène : des recirculations sous forme de deux tourbillons longitudinaux à la sortie du jet dues sans doute à la courbure du jet (instabilité centrifuge de type Dean [8]) et qui aident le fluide lent situé au-dessus du jet à rejoindre le bas en passant par l'extérieur du jet.

### 4 Mesures quantitatives

La figure 2a représente la forme des bords extérieurs des bourrelets haut et bas pour un débit donné. Les deux courbes sont bien ajustées par des polynômes de degré 2 avec des différences d'ordonnées à l'origine ( $x = 0$ ) de l'ordre de  $2R$ . On peut donc déduire de ces ajustements les deux courbures  $A_h$  et  $A_b$  des bourrelets. Sur la figure 2b nous avons tracé l'évolution de ces rayons de courbures en fonction du nombre de Reynolds et en échelle logarithmique. On observe que les deux courbes se croisent pour  $Re \approx 300$ . En deçà  $A_h > A_b$  et la nappe à une extension finie puisque les deux bourrelets se rejoignent. Au-delà de cette valeur la nappe semble d'extension infinie. Toutefois il est probable que par un simple effet de divergence le rideau se trouve progressivement aminci. Si le nombre de  $We$  local construit avec l'épaisseur locale  $e(x,z)$  du film devenait inférieur à  $\frac{1}{2}$  on observerait probablement une atomisation de la nappe [3]. La relativement faible hauteur de chute dans le montage actuel ne permet pas d'observer ce phénomène.

Sur la figure 2b est aussi tracée la courbure théorique d'une particule lancée horizontalement avec une vitesse égale à la vitesse débitante  $\bar{U}$  (droite de pente -2). Le bon accord avec la courbe de  $A_h$  montre que le bourrelet du haut est sans doute essentiellement constitué de particules allant à la vitesse débitante. Ce résultat est un peu surprenant car d'une part les particules les plus rapides vont initialement à  $2\bar{U}$  et d'autre part si l'on estime le temps de diffusion visqueux sur le rayon du tube on trouve un temps de 1,6 seconde, bien plus long que le temps de chute. La courbe de  $A_b$  est elle compatible avec une loi en  $1/Re$ , suggérant que les mécanismes en jeu sont différents.

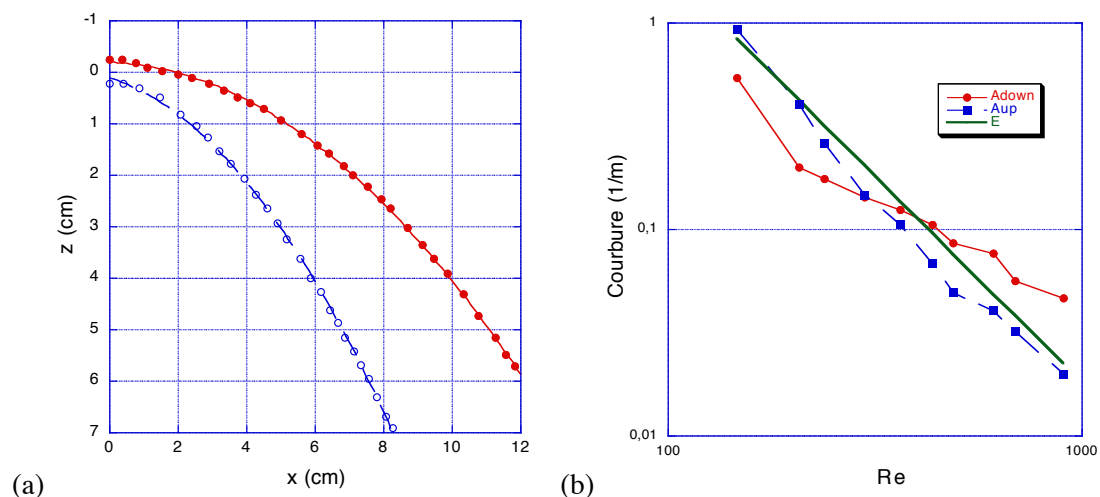


FIG. 2 – (a) Formes relevées des bords extérieurs des deux bourrelets et ajustement polynomial de degré 2 ( $Re = 613$ ,  $We = 936$  et  $Fr = 3,4$ ). (b) Evolution des rayons de courbure  $A_h$  et  $A_b$  des bourrelets haut et bas de la nappe d'huile en fonction du nombre de Reynolds. La nappe est d'extension finie lorsque  $A_h > A_b$  (faible débit). La droite continue représente la courbure d'une parabole de vitesse initiale égale à la vitesse débitante.

Des mesures complémentaires avec d'autres diamètres et d'autres fluides ont permis d'esquisser le diagramme de la figure 3. Cette figure montre dans le plan ( $Re$ ,  $We$ ) les domaines d'existence des différentes formes du jet et en particulier le domaine où une nappe mince est observée.

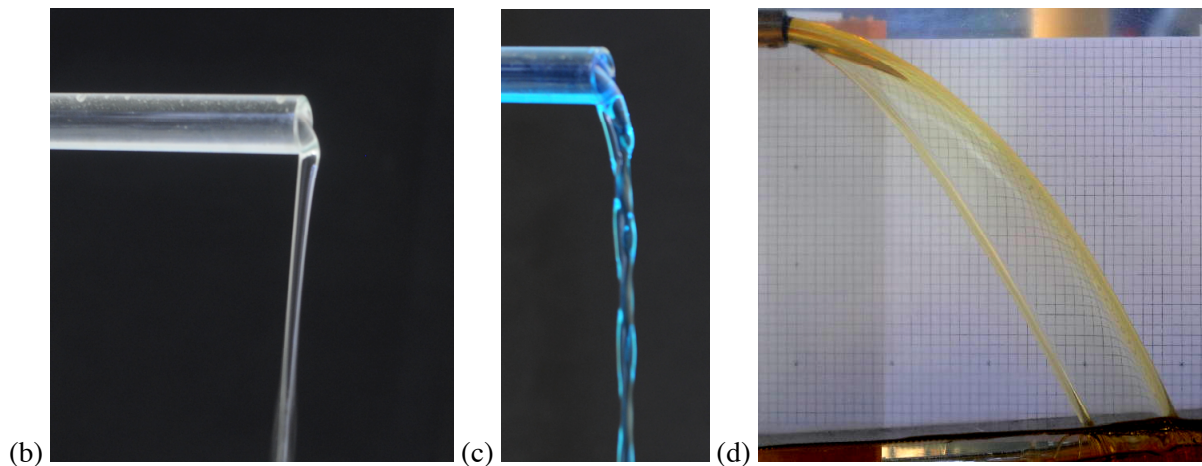
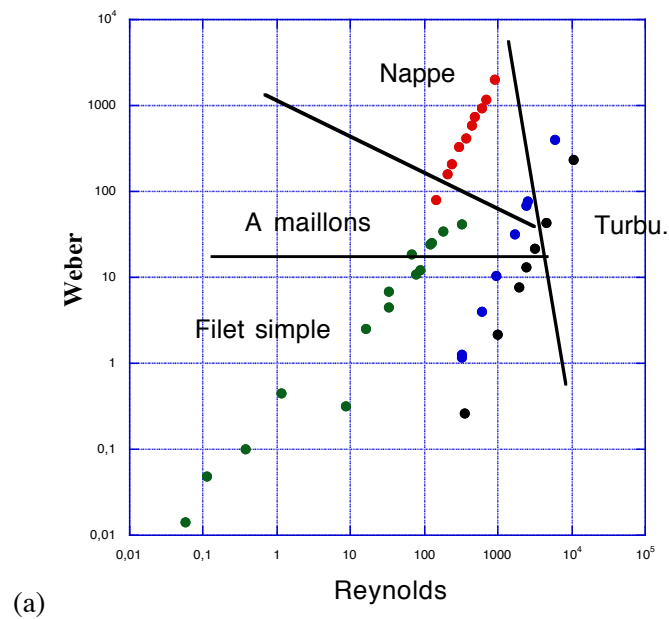


FIG. 3 – (a) Diagramme d'existence de la nappe dans un plan (Re, We) et en échelle logarithmique. Chaque famille de points correspond à un liquide (eau, éthanol, mélange eau/glycérol, huile minérale). Les lignes continues ne sont pour l'instant que des guides pour les yeux. L'évolution à Re et We croissant fait passer d'un jet de type « filet simple » (b), à un jet « à maillons » (c), puis à la nappe mince (d) puis à un jet turbulent cylindrique.

## 5 Conclusion

Nous avons montré que l'existence d'un rideau liquide bien développé sous un jet sortant d'un tube circulaire nécessite des conditions particulières : d'une part un écoulement laminaire dans le tube ( $Re < Re_c$ ), avec toutefois un débit suffisant pour que la tension de surface n'ait pas le temps de rassembler le fluide en un jet unique (We suffisant). Le domaine exact d'existence de la nappe étendue reste toutefois à préciser et à modéliser. Cette modélisation devra prendre en compte à la fois l'effet de la tension de surface et de la viscosité du fluide pour expliquer la forme exacte des bourrelets et l'épaisseur du film.

Les auteurs remercient F. Moisy et Ph. Gondret pour des discussions stimulantes.

## References

- [1] J. Bush and A. E. Hasha, On the collision of laminar jets: fluid chains and fishbones, *J. Fluid Mech.*, **511**:285–310, 2004.
- [2] N. Bremond and E. Villermaux, Atomization by jet impact, *J. Fluid Mech.*, **549**:273–306, 2006.
- [3] J. Roche, N. L. Grand, P. Brunet, L. Lebon, and L. Limat, Perturbations on a liquid curtain near break-up: Wakes and free edges, *Physics Fluids*, **18** :082101, 2006.
- [4] C. Duez, C. Ybert, C. Clanet, and L. Bocquet, Wetting controls separation of inertial flows from solid surfaces. *Phys. Rev. Lett.*, **104**:084503, 2010.
- [5] D.J. Tritton, *Physical Fluid Dynamics*, Second Edition, Oxford Science Publications, 1988.
- [6] Taylor, G.I., The dynamics of thin sheets of fluid III. Disintegration of fluid sheets, *Proc. R. Soc. London Ser. A* **253**, 313–321, 1959.
- [7] Culick, F.E.C., Comment on a ruptured soap film, *J. Appl. Phys.* **31**, 1128–1129, 1960.
- [8] S. A. Berger, L. Talbot, and L. S. Yao, Flow in curved pipes, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **15**, 461–512, 1983.